Problemas de Ecuaciones e Inecuaciones

1 Ecuaciones matemáticas

Analizar y graficar con Geogebra colocando la ecuación en CAS y Entrada > Enter. Analizar la gráfica.

1.

$$\frac{x^2 + (x-5)\cdot(3+2x)}{x^2 - 4} = \frac{x-2}{x+2} + \frac{2x+4}{x-2} \text{ solve } \rightarrow -\frac{27}{11}$$

2.

$$\frac{1}{6}(a+8) = \frac{3-2a}{4} + 2a - \frac{73}{12} \text{ solve } \rightarrow 5$$

3.

$$\frac{3m-11}{20} - \frac{5m-1}{14} = \frac{m-7}{10} - \frac{5m-6}{21} \text{ solve } \rightarrow -\frac{27}{29}$$

4.

$$(x-2)^2 = -4x + 2x^2 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

5.

$$3\cdot\frac{x^2 - 11}{5} - 2\cdot\frac{x^2 - 60}{7} = 36 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

6.

$$\frac{x^2 + 2x + 4}{(x+2)^2}\cdot\frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = 1 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ -1 + \sqrt{3}\cdot 1i \\ -1 - \sqrt{3}\cdot 1i \end{pmatrix}$$

7.

$$\frac{p}{p-1} + \frac{3}{p^2 - 1} = \frac{p^3 + 3}{p^3 - 1} \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{21}}{2} - \frac{5}{2} \\ -\frac{\sqrt{21}}{2} - \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

8.

$$\frac{6}{p} - \frac{9}{p^2} - 1 = 0 \text{ solve } \rightarrow 3$$

9.

$$\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x^2 - 2x} = 1 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

10.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{x^2 - 5}{x^2 - 1} \text{ solve } \rightarrow 4$$

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{x} - \frac{15}{x^2} = 0 \text{ solve } \rightarrow 10$$

11.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x^2 - 1} = 1 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

12.

$$\frac{x}{x+2} = \frac{-x}{x-1} \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

13.

$$\frac{1}{x} \cdot \left(2 + \frac{x^2}{x+1}\right) = 1 - \frac{1}{x} \text{ solve } \rightarrow -\frac{3}{2}$$

14.

$$\frac{2x^2 + 9x + 10}{x^2 + 4x + 3} = \frac{2x+5}{x+3} \text{ solve } \rightarrow -\frac{5}{2}$$

15.

$$\frac{3-x}{x} + \frac{x^2 - 1}{x^2} = 5 - \frac{5x+1}{x} \text{ solve } \rightarrow \frac{1}{4}$$

16.

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{3}{x^2 + 6 \cdot x + 9} = 1 \text{ solve } \rightarrow 0$$

17.

$$\frac{-x^2}{3x^3 - 9x^2 + 9x - 3} = \frac{x+1}{6x^2 - 12x + 6} - \frac{1}{2(x-1)} \text{ solve } \rightarrow \frac{2}{3}$$

18.

$$\frac{6-x}{x^2 + 4x + 4} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{5-x} \text{ solve } \rightarrow \frac{6}{11}$$

19.

$$\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \frac{x+1}{x-1} = 6 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

20.

$$\sqrt{2+\sqrt{x}} + \sqrt{2-\sqrt{x}} = \sqrt{x} \text{ solve } \rightarrow 4$$

21.

$$\sqrt{x+\sqrt{x^2+9}} = \sqrt{x+5} \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

22.

$$55.75 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{40-x}{8}\right)^2 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 6.286 \\ 28 \end{pmatrix}$$

23.

$$55.75 = \left(\frac{40-x}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{8}\right)^2 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 33.714 \\ 12 \end{pmatrix}$$

24.

$$(x-1)(x+2) = 2x^2 - 1 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\cdot 1i}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}\cdot 1i}{2} \end{pmatrix}$$

25.

$$(2x-1)^2 - (x+1) = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

26.

$$\frac{4x}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = -1 \text{ solve } \rightarrow -3$$

27.

$$\left(\frac{\sqrt{y}+2}{2^2+2^3} = 10\right) \text{ solve } \rightarrow 1392$$

28.

$$\frac{3\sqrt[3]{y+5}+\sqrt[3]{125}}{2^2+1^5} = 10 \text{ solve } \rightarrow 3370.$$

29.

$$\frac{x}{x^2+10x+25}-\frac{3}{x^2-25}=\frac{1}{x+25}\ \text{solve}\ \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{5\cdot\sqrt{481}}{12}+\frac{95}{12} \\ \frac{95}{12}-\frac{5\cdot\sqrt{481}}{12} \end{pmatrix} \text{float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 17.05 \\ -1.222 \end{pmatrix}$$

30.

$$\frac{x^2+(x-5)\cdot(3+2x)}{x^2-4}=\frac{x-2}{x+2}+\frac{2x+4}{x-2}\ \text{solve}\ \rightarrow -\frac{27}{11}$$

2 Sistemas de ecuaciones

Resolver y comprobar con GeoGebra

1. $\begin{cases} y = -2p + 8 \\ y = 1.5p + 4.5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \frac{1}{4}(-x + 2y) = -3 \\ \frac{3}{2}x - y = -7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -x - 3y = 2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 0{,}1x - 0{,}3y = 0{,}01 \\ x + 0{,}5y = 0{,}25 \end{cases}$

5. $\begin{cases} y - \frac{1}{2}x = 0 \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$

6. $\begin{cases} y = 3x^2 + 3x - 18 \\ y = 6x \end{cases}$

7. $\begin{cases} 5x + y = 4 \\ -8x + 12y = -3 \end{cases}$

8. Para qué valores de A, B y C se verifica la siguiente igualdad:

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$$

Analizar para que valores de las constantes cada uno de los siguientes sistemas planteados es compatible determinado (SCD), compatible indeterminado (SCI) o incompatible (SI). Para los casos SCI y SCD, hallar el resultado del sistema. Con GeoGebra comprobar con uno de los resultados.

9. $\begin{cases} -2kx + (k-1)y + 2 = 0 \\ (k+2)x + (2k+1)y + 2 = 0 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : \nexists k, \\ SI : k = -1 \wedge k = \frac{2}{5} \\ SCD : k \neq -1 \wedge k \neq \frac{2}{5} \end{cases}$

10. $\begin{cases} px + qy = p \\ qx + py = q \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : |p| = |q|, \\ SI : \nexists\ situación \\ SCD : |p| \neq |q| \Rightarrow x = 1, y = 0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} |k-1|\,x + ky = |k-1| \\ kx + |k-1|\,y = k \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : k = \dfrac{1}{2}, \\ SI : \nexists k \\ SCD : k \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$

12. $\begin{cases} \dfrac{k-1}{k+3}x + 2^0 y = k \\ kx = \dfrac{k-1}{k+3} - y \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : k = -1 \vee k = -3, \\ SI : \nexists k \\ SCD : k \neq -1 \wedge k \neq -3 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 3^{|2k+1|}x = 3^{|k-2|} - y \\ 3^{|k-2|}x + y \ln e = 3^{|2k+1|} \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : k = \dfrac{1}{3} \vee k = -3, \\ SI : \nexists k \\ SCD : k \neq \dfrac{1}{3} \wedge k \neq -3 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x \log_2 |k+2| + y = \log_2 |2k-1| \\ x \log_2 |2k-1| = y \log_2 2^{-1} + \log_2 |2k-1| \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI : k = \dfrac{1}{3} \wedge k = 3, \\ SI : \nexists k \\ SCD : k \neq \dfrac{1}{3} \wedge k \neq 3 \end{cases}$

15. $\begin{cases} senk.x+\cos k.y=senk \\ \cos k.x+senk.y=senk \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: k\neq \dfrac{\pi}{4} \wedge k\neq \dfrac{5\pi}{4}, \\ SI: k=\dfrac{3\pi}{4} \vee k=\dfrac{7\pi}{4} \\ SCD: k\neq \dfrac{\pi}{4} \wedge k\neq \dfrac{3\pi}{4} \wedge k\neq \dfrac{5\pi}{4} \wedge k\neq \dfrac{7\pi}{4} \end{cases}$

16. $\begin{cases} senk.x+senk.y=senk \\ \cos k.x+senk.y=\cos k \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: k=0 \vee k=\pi \vee k=\dfrac{\pi}{4} \vee k=\dfrac{5\pi}{4}, \\ SI: \nexists k \\ SCD: k\neq 0 \wedge k\neq \pi \wedge k\neq \dfrac{\pi}{4} \wedge k\neq \dfrac{5\pi}{4} \end{cases}$

17. $\begin{cases} 3x\log\left(36+2^{\sqrt{2(m-1)}}\right)+4y=0 \\ 12x+8y=0 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: m=19, \\ SI: Nunca \\ SCD: m\neq 19 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 3x\log(m-2)-y=0 \\ x\log\dfrac{m}{8}+\dfrac{1}{3}y=0 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: m=4, \\ SI: Nunca \\ SCD: m\neq 4 \end{cases}$

19. $\begin{cases} \left(\sqrt{f(x)}\right)^2+4y=23, \qquad f(x)=x-6+|5x+15| \\ k^2x+6y=21 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: \nexists k, \\ SI: k=-3 \ \ (k=3\notin Df(x)) \\ SCD: k\neq 3 \wedge k\neq -3 \end{cases}$

20. $\begin{cases} x+2y+3z=2b \\ x+5y+(3+2a)z=1+2b \\ 2x+4y+(2a+10)z=3b-1 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: a=-2, b=-1, \\ SI: a=-2, b\neq -1 \\ SCD: a\neq -2 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x+2y+(a-1)z=b \\ 5x-3y-z=c+2 \\ -4x+5y+(2a+2)z=a+2 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: a=-2, b-c=2, \\ SI: a=-2, b-c\neq 2 \\ SCD: a\neq -2 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 5x+3y+kz=4 \\ -2x-y+2z=-1 \\ (k+8)x+6y+4z=8 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: k=2, \\ SI: k=-4 \\ SCD: k\neq 2 \wedge k\neq -4 \end{cases}$

23. $\begin{cases} -2x+4y+kz=8 \\ x-3y+z=-9 \\ (k+1)x-8y-6z=-15 \end{cases}$

R: $\begin{cases} SCI: \nexists k, \\ SI: k=3 \vee k=\dfrac{8}{3} \\ SCD: k\neq 3 \wedge k\neq \dfrac{8}{3} \end{cases}$

3 Ecuaciones verbales

Nota: Un número entero par es múltiplo de 2, luego lo simbolizamos con 2k (con k entero) y un impar será de la forma 2k + 1.
De la misma manera, simbolizamos los múltiplos de 3; 4; ... n como 3k; 4k; .... nk.

1. Calcular dos números impares consecutivos tales que la diferencia de sus cuadrados sea 56.
   R: 13 y 15.

2. Determine tres números enteros positivos y consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.
   R: 10, 11 y 12.

3. Carlos come los 2/7 de una tarta y Gabriela los 3/5 del resto. ¿Qué fracción de tarta ha comido Gabriela? ¿Qué fracción queda?
   R: 3/7, 2/7

4. Un agricultor planta un cuarto de su huerta de tomates, dos quintos de alubias y el resto, $280m^2$ de papas. ¿Qué fracción ha plantado de papas? ¿Cuál es la superficie de la huerta?
   R: $7/20, 800m^2$

5. Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora hacen tres octavos del trayecto, en la segunda dos tercios de lo que queda y en la tercera los 80 km restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?
   R: 384km

6. De un depósito de agua se saca un tercio del contenido y después dos quintos de lo que quedaba. Si aún quedan 600L, ¿Cuánta agua había al principio?
   R: 1500L

7. De un depósito que estaba lleno se han sacado 2/3 del total y después 1/5 del total. Sabiendo que aún quedan 400 litros, ¿Cuál es la capacidad del depósito?
   R. 1500lt

8. En una clase, 3/5 de los alumnos viajan a la escuela en tren o en autobús. Si los 3/4 de estos hacen el viaje en tren y 9 van en autobús, ¿Cuántos alumnos hay en la clase?
   R: 60

9. Hallar un número sabiendo que si se le suma el opuesto de 4 se obtiene otro número que es igual al cuadrado de 16.
   R: 260.

10. Hallar un número sabiendo que si a su cuadrado se le resta 25 se obtiene 24.
    R: 7.

11. Un libro de geografía cuesta el doble de lo que cuesta uno de matemática, y éste cuesta los 2/3 del de historia. ¿Cuánto cuesta cada libro si el de historia cuesta 27$?
    R: Geografía: 36$

12. La suma de un número y el triple de su opuesto es –18. Calcular el número.
    R: 9.

13. La suma de las edades de dos hermanos está en relación 5 a 1 con la diferencia entre las mismas. ¿Cuál es la edad del mayor si el menor tiene 8 años?
    R: 12 años

14. Si las edades del padre y de la madre están entre sí como 8 es a 7, ¿cuál es la edad de cada uno si se llevan 5 años? ¿Dentro de cuántos años sus edades estarán entre sí como 9 es a 8? ¿A qué edad se casaron si en ese momento sus edades estaban en relación 10 a 8?
R: a) 35 años y 40 años, b) 5 años, c) 20 años y 25 años.

15. Descomponer el número 500 en dos partes, de manera que al dividir la mayor por la menor se obtenga de cociente 7 y de resto 20.
R: Q = 60, P = 440.

16. Si el ancho de un rectángulo mide dos centímetros más que su longitud y su perímetro es de 40 cm ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
R: Largo = 9 cm, ancho = 11 cm.

17. Una señora va al mercado y compra 5 Kg de café y 10 Kg de manzana. Gasta en total 250 $. Si hubiera comprado el doble de café y la mitad de manzana, habría gastado 425 $. ¿Cuánto dinero gastaría si quisiera comprar 4 Kg de café y 20 de manzana?
R: 260 $

18. Un padre quiere estimular a su hijo para que aprenda Matemáticas. Para eso, promete darle 3 $ por cada ejercicio bien resuelto, pero le avisa que por cada ejercicio mal resuelto le va a descontar 2 $. El hijo resuelve 26 ejercicios, y ha ganado 38 $. ¿Cuántos ejercicios hizo bien y cuantos mal?
R. Mal = 8, Bien= 18.

19. Un comerciante compra dos relojes por 160 $ y los vende a 170 $. Calcula cuánto pagó por cada reloj si en la venta del primer ganó el 20 % y en la del segundo perdió un 5 %.
R: 72$ y 88$

20. Juan coloca 100.000 de ahorros en un plazo fijo. Coloca una parte de ese capital a un interés anual del 8 %, en tanto que el resto se coloca a un capital del 12% anual. La segunda parte produce anualmente 2000 $ más que la primera. Hallar cuánto dinero habrá obtenido al cabo de 5 años.
R. 161583$

21. Un joyero fabrica anillos de oro. Para eso trabaja con dos aleaciones de oro. La aleación A contiene un 80 % de oro, en tanto que la aleación B contiene un 55 % de oro. El joyero quiere fabricar 200 anillos de 20 g cada uno, que contengan un 70 % de oro. ¿Qué cantidad de material de cada aleación tendrá que usar?
R: A = 12g, B = 8g

22. Luciana tiene x hermanos; Cecilia, 2x; Patricia, 3x – 6 y Carolina 2x + 1. El único dato que te dan es que una de ellas es hija única. ¿Cuántos hermanos tienen las demás?
R: Luciana: 2, Cecilia: 4; Patricia: 0 y Carolina: 5

23. Nicolás tiene 200 estampillas menos que el triple de las que tiene Rafael y Francisco tiene 500 menos 4 veces las que tiene Rafael. Sabemos que por lo menos dos de ellos tienen la misma cantidad. ¿Cuántas tiene cada uno?
R: 100 cada uno.

24. Un grupo de estudiantes alquiló un micro en $80. Cuatro de ellos no pudieron ir a la excursión y entonces cada uno de los que fueron tuvo que pagar $1 peso más. ¿Cuántos estudiantes había al principio en el grupo?
R: 20.

25. El día del examen de ingreso se había previsto utilizar un cierto número de aulas. Al repartir 35 estudiantes en cada aula quedaron 28 estudiantes sin asiento. Entonces se ubicaron 38 estudiantes en cada aula y quedaron 2 bancos libres. ¿Cuántos estudiantes se presentaron al examen y cuantas aulas se utilizaron?
R: A: 10, E: 378

26. Un estandarte mide 4dm por 3dm y tiene una cruz roja de ancho uniforme que se extiende de lado a lado cubriendo la mitad del área. ¿Cuál es el ancho de la cruz?
R: 1dm.

27. El piso de una sala tiene 1500 mosaicos cuadrados. Si cada mosaico tuviese 5cm más largo y 5cm más de ancho, bastarían 960 mosaicos para recubrir el piso. Determine las dimensiones de los mosaicos que tiene la sala.
R: 20cm.

28. Un estanciero vendió cierto número de reses por 1200 dólares. Si hubiera pedido la misma suma por 3 reses menos, habría recibido 20 dólares más por cada res. ¿Cuántas reses vendió y a qué precio cada una?
R: 15 reses a 80 dólares cada una.

29. Un hombre al morir deja una herencia de $60000 para repartir entre cierto número de herederos pero 2 de éstos no reclaman su parte, por lo cual la herencia de los demás resulta aumentada en $1000. ¿Cuántos herederos había originalmente?
R: 12

30. Un rectángulo está inscripto en una circunferencia de 5cm de radio. Encuentre las dimensiones del rectángulo si su área es $40cm^2$.
R: 4.47cm y 8.94cm.

31. Un alambre de 40cm de longitud se cortó en 2 pedazos. Una de las partes se dobló haciendo un cuadrado y la otra un rectángulo que es tres veces más largo que ancho. La suma del área del cuadrado y del área del rectángulo es $55.75cm^2$. ¿En qué lugar se cortó el alambre?
R: 28cm.

32. El peso de un pez pesa 4 veces lo que pesa la cabeza y la cola 2 libras más que la cabeza. Si el pez pesa 20 libras, ¿Cuál es el peso de cada parte?
R: Cabeza: 5 libras, Cola: 7 libras.

33. La edad del padre es el cuádruplo de la edad del hijo. Hace 3 años era el quíntuplo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?
R: Padre: 48años, hijo: 12años.

34. Marisa tiene 4$ en monedas de 5 y 20 centavos. Si en total tiene 29 monedas, ¿Cuántas son de 5 centavos y cuantas de 2 centavos?
R: 5 centavos: 12, 2 centavos: 17.

35. En un número de dos cifras la cifra de las decenas excede en 5 a las cifra de las unidades. SI se invierte el orden de las cifras resulta un número que sumado con el anterior da 121. Determine el número.
R: 83.

36. Un estante tiene 3/5 de la cantidad de libros que el estante vecino. Si pasamos 10 libros del primero al segundo estante, éste tendrá el doble de libros que el primero. ¿Cuántos libros había en cada estante?
R: 90 y 150.

37. Determine los ángulos de un paralelogramo que tiene la propiedad de que dos ángulos consecutivos difieren en 20°.
R: 100° y 80°.

38. El día del examen de ingreso se había previsto utilizar un cierto número de aulas. Al repartir 35 alumnos en cada aula quedaron 28 alumnos sin asiento. Entonces se ubicaron 38 alumnos en cada aula y quedaron 2 bancos libres. ¿Cuántos alumnos se presentaron al examen y cuantas aulas se utilizaron?
R: Aulas: 10, Estudiantes: 378.

39. Los precios por unidad de dos sustancias son 6$ y 10$. Averiguar qué cantidad de cada una debe mezclarse para obtener 50 unidades de mezcla a 7.60$ cada una.
R: 30 y 20 unidades.

40. En una concesionaria de automotores hay 30 unidades en exposición entre motos y autos. Se cuentan 104 ruedas (sin considerar las de auxilio). ¿Cuántos vehículos de cada clase hay?
R: motos: 22 y autos: 8

41. Cuando se agrega un disco duro a una computadora personal, el sistema nuevo cuesta 2325$. Se sabe que el tercio del valor de la computadora más el quinto del valor del disco duro dan un total de 745$. ¿Cuál es el costo del disco duro?
R: 225$

42. Un círculo tiene 20cm de radio. ¿En cuánto debe disminuirse el radio para que el área disminuya en $76\pi\ cm^2$?
R: 2cm

43. Una barra de acero de 125 cm. de longitud se corta en dos pedazos; uno de ellos es 42 cm. más corto que el otro. Determina el largo de cada pieza.
R. 41.5cm y 82.5cm.

44. Cuarenta alumnos deben participar en prácticas de laboratorio o en prácticas de computación. En cada una de las primeras actúan 8 alumnos y en cada una de las segundas 2 alumnos; el número de prácticas de computación supera en 10 al número de prácticas de laboratorio. ¿Cuántas prácticas de laboratorio y cuántas de computación se realizarán?
R: laboratorio = 2, computación = 12.

45. ¿Qué número da lo mismo cuando se multiplica por 1/2 que cuando se le adiciona 1/2?
R: –1

46. Marisa y Jorge coleccionan estampillas. Marisa dice que si Jorge le da a ella 2, ambos tienen el mismo número, pero si Marisa le da a Jorge 2, Jorge tiene el doble de Marisa. ¿Cuántas estampillas tienen cada uno?
R: Jorge 14 y Marisa 10

47. El padre le dice al hijo: mi edad es ahora 5 veces la tuya, pero hace 3 años era 7 veces la tuya. ¿Cuál es la edad del padre y del hijo?
R: 45años y 9años

48. El 2 es el único número tal que la multiplicación por sí mismo da lo mismo que la suma por el mismo. ¿Puede encontrar dos números distintos tal que su producto es igual a su suma? ¿Cuántos hay?
R. Infinitos, por ejemplo 3 y 3/2. En general: n y $\frac{n}{n-1}$

49. Carlos compra 1000 kg de lombrices para su negocio de pesca. Sabe que cada una está compuesta por un 99% de agua. Si las deja al aire libre, el contenido de agua es del 95% una hora después. ¿Cuánto pesan ahora todas las lombrices?
R: 200 kg

50. Desde un molino de aceite, se quiere enviarlo en camiones cisterna a un almacén. Los encargados del almacén piden que los camiones lleguen exactamente a las 5 de la tarde. Si los camiones viajan a 80 km/h, llegarían al almacén con una hora de adelanto, en tanto que si viajaran a 60 km/h, llegarían con una hora de retraso. ¿Cuál es la distancia entre el molino y el almacén?
R: 480 km.

51. Una vieja máquina de cortar pasto puede hacer un recorrido en 6 horas. Con la ayuda de otra más moderna el trabajo se realizaría en 2 horas. Cuanto tardaría la máquina nueva en hacer sola esta tarea?
R: 3h.

52. Una canilla puede llenar un tanque en 3 horas menos que otra canilla y juntas llenarán el tanque en 4 horas. ¿En cuánto tiempo llena el tanque cada canilla independientemente?
R: 6h 46m y 9h 46m.

53. Una persona tiene 52 años de edad y su nieto 2. ¿Después de cuántos años la razón entre la edad del abuelo y del nieto será igual a los tres cuartos del tiempo transcurrido para que eso suceda?
R: 8años

54. De una hoja de cartón de 72 cm de largo y 48 cm de ancho, se desea cortar un margen de ancho constante de modo tal que la hoja que quede tenga una superficie igual a los cinco octavos de la hoja dada. ¿qué ancho debe tener ese margen?
R: 6cm

55. Halle un número de dos cifras si la suma de ellas es 10 y si al producto de las mismas se le suma 16 se obtiene el primer número con las cifras invertidas.
R: 73

56. Los catetos de un triángulo rectángulo tienen 10 cm y 24 cm de longitud. Si se aumentan los dos en la misma cantidad ¿en cuánto habrá que aumentarlos para que su hipotenusa aumente 8 cm?
R: 6cm

57. Un conjunto de personas alquiló un micro en $1200. Como 3 personas no fueron, las demás debieron abonar $20 más de lo convenido. ¿cuántas viajaban originalmente?
R: 15

58. Un inversor compra acciones por $18750; se reserva 15 y vende el resto a $17400, ganando $40 por acción vendida sobre su precio de costo. ¿cuántas acciones compró?
R: 75

59. Si el perímetro de un rectángulo es de 20 cm y la superficie es de 21 cm2, ¿cuál es la longitud de la base?
R: 7cm ó 3cm

60. Un tren, por una nevada, debió marchar a 5 km/h más despacio que su velocidad habitual. De esa manera tuvo un retraso de 1 hora en 280 km de recorrido. ¿cuál es su velocidad habitual?
R: 40 km/h

61. Halle el costo de un objeto que, al venderlo a $11, se gana un tanto por ciento igual a dicho costo.
R: 10$

62. Halle las longitudes de las aristas de 2 cubos si ellas difieren en 2 cm y sus volúmenes en 98 cm3.
R: 3cm ó 5cm

63. En un rombo, el triplo de la diagonal mayor supera al séxtuplo de la menor en 3 cm. Si la superficie es de 5 cm2, halle el perímetro y los ángulos interiores.
R: 10,77 cm; 136°23’50”; 43°36’10”

64. Halle dos fracciones inversas si su suma es trece sextos.
R: 3/2

65. Dos turistas se dirigen simultáneamente a una ciudad que se encuentra a 30 km de ellos. Uno hace 1 km más por hora, debido a lo cual llega una hora antes. ¿cuántos km/h hace cada uno?
R: 5 km/h y 6 km/h

66. Dos obreros trabajando juntos pueden cumplir una tarea dada en 12 horas. Uno de ellos, por separado, puede realizar el mismo trabajo 10 horas más rápidamente que el otro. ¿en cuántas horas cada uno, por separado, puede realizar la misma tarea?
R: 20h y 30h

67. Dos turistas A y B salieron simultáneamente de distintos lugares al encuentro mutuo. Al encontrarse, resultó que A recorrió 210 km más que B. Si cada uno de ellos continúa su camino a la velocidad anterior, A llegará al lugar de salida de B después de 4 días y B al de A después de 9 días. ¿cuántos km recorrió cada uno de ellos hasta el encuentro?
R: 630km y 420km

68. La distancia entre dos ciudades por río es de 80 km. Un barco pasa esta distancia dos veces (hacia arriba y hacia abajo) en 8 h 20 m. Determinar la velocidad del barco en agua quieta si la velocidad de la corriente es de 4 km/h.
R: 20 km/h

69. La distancia entre dos estaciones ferroviarias es de 96 km. El tren rápido recorre este camino dos tercios más rápidamente que el tren ordinario. Halle la velocidad de cada tren, si se sabe que la diferencia entre sus velocidades es de 12 km/h.
R: 24 km/h y 36 km/h

70. Si una empresa vende mercaderías en $2688 recibe de ganancia un tanto por ciento según las centenas de pesos que contiene la mitad del precio de costo de la mercadería. ¿cuál es éste?
R: 2400

71. Un corredor pedestre hizo 72 km en un cierto tiempo. Si hubiese andado a 2 km más por hora, hubiera tardado 6 horas menos para recorrer esa distancia. ¿cuál es su velocidad habitual?
    R: 4 km/h

72. Si al duplo de un número entero se le resta el recíproco del entero que le antecede, se obtiene 3. Halle ambos números.
    R: 2 y ½

73. Halle el perímetro y los ángulos interiores de un trapecio rectángulo si la superficie es de 70 cm2, la base mayor supera a la menor en 12 cm y la altura es inferior en 3 cm a la base menor.
    R: 46 cm;22°37’12”

74. Dos canillas pueden llenar un tanque en cierto tiempo cuando se las dejas abiertas a ambas. La primera puede llenar sola en 4 minutos más y la segunda en 9 minutos más. ¿cuánto tiempo tardarán en llenarlo juntas?
    R: 6 min (1/(x+4) + 1/(x+9) = 1/x)

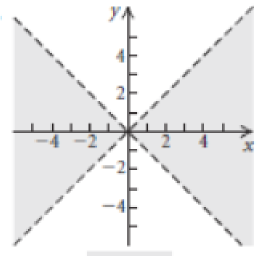
75. Un chico compró naranjas por $12; se comió 2 y su padre tuvo luego que pagar un promedio de $1 más por docena de naranjas que el precio de mercado. ¿cuántas naranjas compró el chico
    R: 18 naranjas [(x-2)/12]. (144/x + 1) = 12

4 Inecuaciones

1 Resolver
Analizar y graficar con Geogebra colocando la inecuación en CAS y Entrada > Enter. Analizar la gráfica.

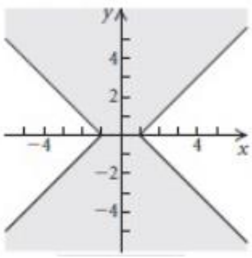
$|x|>|y|$

R:



$|x|-|y|\leq 1$

R:

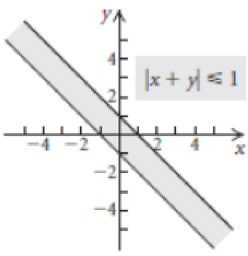


$|xy|>1$

R:

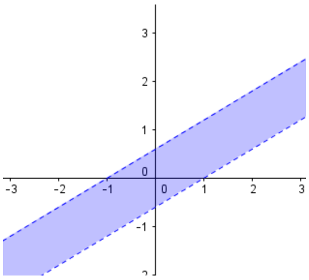
$|x+y|\leq 1$

R:



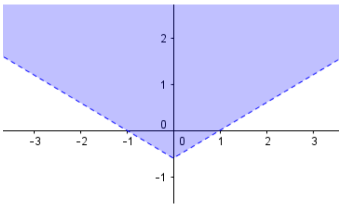
$|3x-5y|<3$

R:



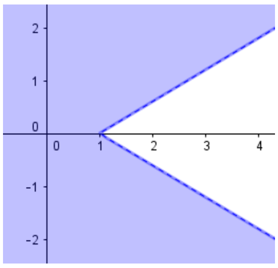
$|3x|-5y<3$

R:



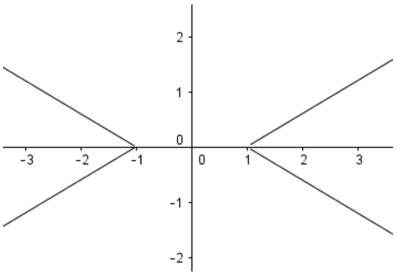
$3x-|5y|<3$

R:



$|3x|-|5y|<3$

R:



$[(x+2)(x+3)]>0 \text{ solve } \rightarrow -2<x \vee x<-3$

$\frac{-2}{3x-3} \leq 5 \text{ solve } \rightarrow x \leq \frac{13}{15} \vee 1<x$

$2x+\frac{9}{x}>x-6 \text{ solve } \rightarrow 0<x$

$x \cdot (x+1) \geq 15 \cdot \left(1-x^2\right) \text{ solve } \rightarrow x \leq -1 \vee \frac{15}{16} \leq x$

$$\frac{3x-12}{15+5x} < 2 \text{ solve } \rightarrow -3 < x \vee x < -6$$

$$\frac{x^2}{x-3} \geq x+1 \text{ solve } \rightarrow x \leq -\frac{3}{2} \vee 3 < x$$

$$\frac{4}{x^2} \leq 1 \text{ solve } \rightarrow 2 \leq x \vee x \leq -2$$

$$3\left(\frac{1}{x} \cdot -3\right) > 5(x+1) \text{ solve } \rightarrow x < 0$$

$$\frac{x^2-1}{(x+2)(x+3)} < 0 \text{ solve } \rightarrow -1 < x < 1 \vee -3 < x < -2$$

$$\frac{x+1}{x-3} > 0 \text{ solve } \rightarrow x < -1 \vee 3 < x$$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 0 \text{ solve } \rightarrow -1 \leq x < 3$$

$$\frac{x-2}{x-1} \leq 1 \text{ solve } \rightarrow 1 < x$$

$$\frac{2x+1}{-x} > -3 \text{ solve } \rightarrow x < 0 \vee 1 < x$$

$$\frac{2x-3}{5x-8} < 0 \text{ solve } \rightarrow \frac{3}{2} < x < \frac{8}{5}$$

$$\frac{2x-3}{5x-8} \geq 0 \text{ solve } \rightarrow x \leq \frac{3}{2} \vee \frac{8}{5} < x$$

$\frac{-3}{4x-7} > 2$ solve $\rightarrow \frac{11}{8} < x < \frac{7}{4}$

$\frac{-3}{4x-7} \geq 2$ solve $\rightarrow \frac{11}{8} \leq x < \frac{7}{4}$

$\frac{(x-3)^2}{4x} < 0$ solve $\rightarrow x < 0$

$\frac{x-1}{2x^2 - 10x + 8} < 0$ solve $\rightarrow x < 4$

$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x+2} < 0$ solve $\rightarrow x < 1$

$|2x-1| > 3$ solve $\rightarrow x < -1 \vee 2 < x$

$\frac{|2x-1|}{|x+3|} \leq 1$ solve $\rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq 4$

$|2x+5| \geq |x+4|$ solve $\rightarrow -1 \leq x \vee x \leq -3$

$\frac{|x-3|}{5x} < \frac{1}{3}$ solve $\rightarrow x < 0 \vee \frac{9}{8} < x$

$\left|\frac{3}{2} + 2x\right| > 1$ solve $\rightarrow -\frac{1}{4} < x \vee x < -\frac{5}{4}$

$|x-1| < |x-1.25|$ solve $\rightarrow -\infty < x < 1.125$

$|5 - x1| < 3.2$ solve $\rightarrow 1.8 < x1 < 8.2$

$|x1 + 1| \leq 2$ solve $\rightarrow -3 \leq x1 \leq 1$

$$\left|\frac{w^2 - 3w + 14}{2w - 1}\right| > w - 5 \text{ solve } \rightarrow w < \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} < w < 9$$

$$|6x + 2| \le x + 5 \text{ solve } \rightarrow -1 \le x \le \frac{3}{5}$$

$$\left|\frac{(2a + 5)}{a + 2}\right| > 1 \text{ solve } \rightarrow -2 < a \vee a < -3 \vee -\frac{7}{3} < a < -2$$

$$|x^2 - 6x + 4| > 4x - 20 \text{ solve } \rightarrow x < \sqrt{17} + 1 \vee 6 < x$$

$$\left|\frac{2z^2 - 2z - 24}{z - 5}\right| > 2z - 8 \text{ solve } \rightarrow z < 4 \vee 5 < z \vee 4 < z < 5$$

$$\left|\frac{2z^2 - 2z - 24}{z - 5}\right| > 0 \text{ solve } \rightarrow z < -3 \vee 5 < z \vee -3 < z < 4 \vee 4 < z < 5$$

$$|3y^2 - 7y - 2| < y^2 - 2y + 10 \text{ solve } \rightarrow -\frac{3}{2} < y < 4$$

$$|4x - 2| < |7 - 5x| \text{ solve } \rightarrow x < 1 \vee 5 < x$$

$$\left|\frac{x^2 - 3x + 10}{2x - 1}\right| > x - 5 \text{ solve } \rightarrow x < \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} < x < \sqrt{21} + 4$$

$$\frac{|2x + 2|}{|2x - 4|} \ge 1 \text{ solve } \rightarrow 2 < x \vee \frac{1}{2} \le x < 2$$

$$\frac{|0.5x+1|}{x^2-0.5x-1} < 1 \text{ solve } \rightarrow -0.781 < x < 1.281 \vee\ 2 < x < \infty\ \vee\ -\infty\ < x < -1$$

$$\frac{|2x-2|}{|x-4|} \geq 1 \text{ solve } \rightarrow x \leq -2 \vee\ 4 < x \vee\ 2 \leq x < 4$$

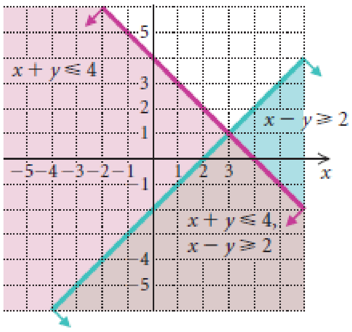
5 Sistema de Inecuaciones

1 Resolver

Analizar y graficar con Geogebra colocando la inecuación en CAS y Entrada > Enter. Analizar las gráficas.

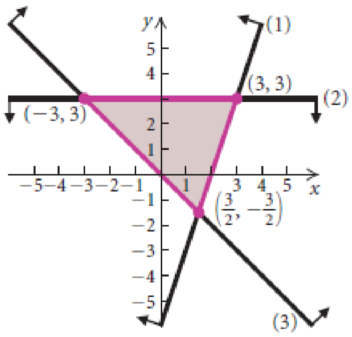
1. $\begin{cases} x+y \le 4 \\ x-y \ge 2 \end{cases}$

R:



2. $\begin{cases} 3x-y \le 6 \\ y-3 \le 0 \\ x+y \ge 0 \end{cases}$

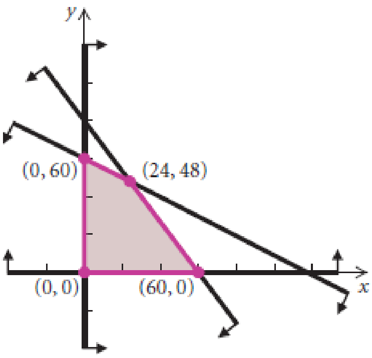
R:



3. Hallar el valor (x,y) que maximiza la función $p = 40x + 75y$ dentro del área definida por el sistema anterior y expresar el valor de p para ese punto.
R: (3,3), $p = 345$

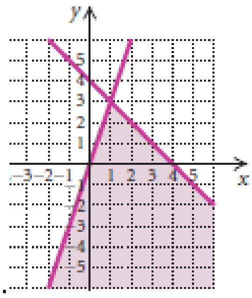
4. $\begin{cases} 5x+10y \le 600 \\ 4x+3y \le 240 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

R:



5. Hallar el valor (x,y) que maximiza la función $p = 40x + 75y$ dentro del área definida por el sistema anterior y expresar el valor de p para ese punto.
R: (24,48), $P = 4560$

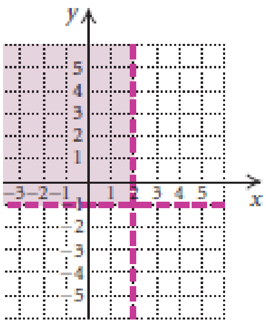
6. $\begin{cases} y \le -x+4 \\ y \le 3x \end{cases}$



R:

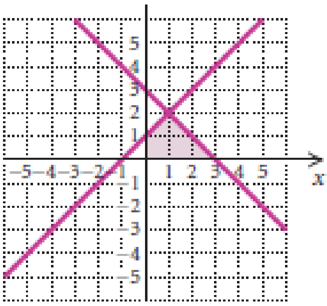
7. $\begin{cases} x < 2 \\ y > -1 \end{cases}$

R:



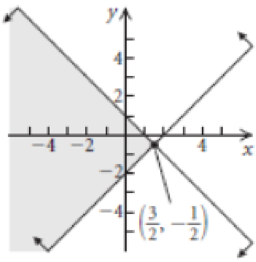
8. $\begin{cases} y \le -x+3 \\ y \le x+1 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

R:



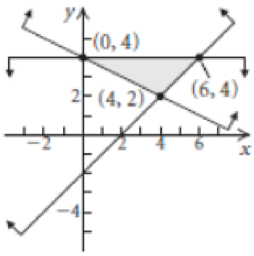
9. $\begin{cases} x+y \le 1 \\ x-y \le 2 \end{cases}$

R:



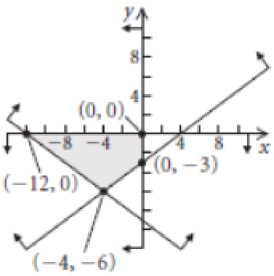
10. $\begin{cases} 2y-x \le 2 \\ y+3x \ge -1 \end{cases}$

R:



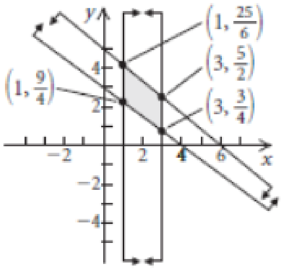
11. $\begin{cases} 4y-3x \ge -12 \\ 4y+3x \ge -36 \\ y \le 0 \\ x \le 0 \end{cases}$

R:



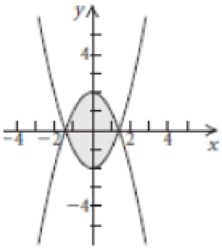
12. $\begin{cases} 3x+4y\geq 12 \\ 5x+6y\leq 30 \\ 1\leq x\leq 3 \end{cases}$

R:



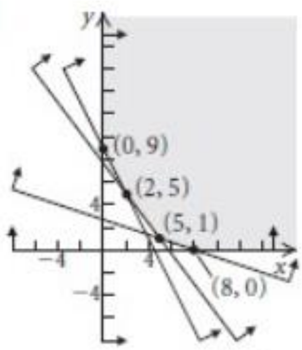
13. $\begin{cases} y\geq x^2-2 \\ y\leq 2-x^2 \end{cases}$

R:



14. $\begin{cases} 2x+y\geq 9 \\ 4x+3y\geq 23 \\ x+3y\geq 8 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

R:



15. Una fábrica produce tortas de chocolate y tortas de limón. El horno puede elaborar hasta 200 tortas por día. Cada torta de chocolate requiere 2 kg de harina, cada torta de limón requiere 1 kg de harina y hay 300 kg de harina disponibles. El beneficio de cada torta de chocolate es de 0.10U$S y de cada torta de limón 0.08 U$S. Que cantidad de tortas de cada clase se debe elaborar parta maximizar el beneficio y cual es éste.
R: 100 tortas de cada tipo con un beneficio de 18U$S.
16. Después de un terremoto se deben acercar a las víctimas botellas de agua y kits médicos. Cada contenedor de agua abastece a 10 personas y cada kit médico a 6 personas. Cada avión no puede transportar más de 80000kg, las botellas de agua pesan 20 kg y los kit 10kg. El volumen máximo que se puede transportar por avión es 6000pie^3, cada botella de agua tiene 1pie^3 y cada kit 1pie^3. Determinar cuántas botellas de agua y cuantos kit médicos deben enviarse en cada avión para maximizar el número de víctimas que pueden ser ayudadas.
R: 2000 botellas de agua, 4000 kits médicos y 44000 víctimas.